Übungen TheoretischePhysik III LAG, SS.2010, Schuster

12. Zeeman-Effekt:

Der Hamiltonoperator für ein Wasserstoffatom im Magnetfeld $\vec{B} = (0, 0, B)$ hat die Form

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}(\vec{p} + \frac{e}{c}\vec{A})^2 - \frac{e^2}{r}$$

wobei für das Vektorpotential gilt

$$\vec{A} = \frac{1}{2}\left(\vec{B} \times \vec{x}\right)$$

(a) Zeigen Sie, dass in linearer Ordnung in B gilt

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1 \quad \text{mit}$$

$$\hat{H}_0 = \frac{\vec{p}^2}{2m} - \frac{e^2}{r} \text{ und } H_1 = \frac{e}{2mc} B L_z$$

(b) Berechnen Sie die Eigenwerte der Energie von

$$H_0 + H_1$$

indem Sie von den bekannten Eigenwerten und Eigenfunktionen von $\hat{H}_0$ ausgehen.

(4 Punkte)

13. Ein Elektron im Magnetfeld $\vec{B} = (0, 0, B)$ werde durch den Spin Hamiltonoperator

$$\hat{H} = 2\frac{\mu_B}{\hbar}\vec{B} \cdot \vec{S}$$

beschrieben.Berechen Sie die Zeitabhängigkeit der Erwartungswerte $\left\langle \vec{S} \right\rangle (t)$

Hinweis: Gehen Sie aus von der Bewegungsgleichung für die Komponenten von von $\vec{S}$ im Heisenbergbild und zeigen Sie, dass (mit $\omega_L = \frac{\mu_B}{\hbar} B$) für $i = x$ und $i = y$ gilt

$$\frac{d^2}{dt^2} \langle S_i \rangle + (2\omega_L)^2 \langle S_i \rangle = 0$$

wohingegen $\frac{d}{dt} \langle S_z \rangle = 0$.

(5 Punkte)