

Übungen Theoretische Physik III LAG, SS.2010, Schuster

5. Harmonischer Oszillator:

- (a) Zeigen Sie mit Hilfe von $b^\dagger b - b b^\dagger = -1$ dass für die Eigenzustände $|n\rangle$ des harmonischen Oszillators gilt

$$\begin{aligned} b^\dagger |n\rangle &= \sqrt{n+1} |n+1\rangle \\ b |n\rangle &= \sqrt{n} |n-1\rangle \\ b b^\dagger |n\rangle &= n |n\rangle \\ |n\rangle &= \frac{(b^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle \end{aligned}$$

(2 Punkte)

- (b) Drücken Sie \hat{x} und \hat{p} durch b und b^\dagger aus und berechnen Sie die Matrixelemente $\langle n | \hat{x} | m \rangle$ und $\langle n | \hat{p} | m \rangle$

(2 Punkte)

- (c) Zeigen sie, dass für einen harmonischen Oszillator mit der Frequenz ω für die Zeitabhängigkeit im Heisenbergbild gilt

$$\hat{x}(t) = \hat{x} \cos(\omega t) + \frac{\hat{p}}{m\omega} \sin(\omega t)$$

(2 Punkte)

Hinweis: Drücken Sie \hat{x} und \hat{p} durch b und b^\dagger aus.

6. Gegeben ist die Hermite'sche Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2i \\ -2i & 0 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie

- (a) Die Eigenwerte λ_1, λ_2
(b) Die zugehörigen Eigenvektoren
(c) Die unitäre Transformation die A diagonalisiert

(3 Punkte)

7. Ein Teilchen mit der Masse m bewegt sich im harmonischen Oszillator mit der Frequenz ω . Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, das im Grundzustand befindliche Teilchen außerhalb des klassisch erlaubten Bereichs anzutreffen.

(1 Punkt)