

## Übungen Theoretische Physik III LAG, SS.2010, Schuster

### 12. Zeeman-Effekt:

Der Hamiltonoperator für ein Wasserstoffatom im Magnetfeld  $\vec{B} = (0, 0, B)$  hat die Form

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}(\vec{p} + \frac{e}{c}\vec{A})^2 - \frac{e^2}{r}$$

wobei für das Vektorpotential gilt

$$\vec{A} = \frac{1}{2}(\vec{B} \times \vec{x})$$

(a) Zeigen Sie, dass in linearer Ordnung in  $B$  gilt

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1 \quad \text{mit}$$

$$\hat{H}_0 = \frac{\vec{p}^2}{2m} - \frac{e^2}{r} \quad \text{und} \quad H_1 = \frac{e}{2mc}BL_z$$

(b) Berechnen Sie die Eigenwerte der Energie von

$$H_0 + H_1$$

indem Sie von den bekannten Eigenwerten und Eigenfunktionen von  $\hat{H}_0$  ausgehen.

(4 Punkte)

13. Ein Elektron im Magnetfeld  $\vec{B} = (0, 0, B)$  werde durch den Spin Hamiltonoperator

$$\hat{H} = 2\frac{\mu_B}{\hbar}\vec{B} \cdot \vec{S}$$

beschrieben. Berechnen Sie die Zeitabhängigkeit der Erwartungswerte  $\langle \vec{S} \rangle(t)$

Hinweis: Gehen Sie aus von der Bewegungsgleichung für die Komponenten von  $\vec{S}$  im Heisenbergbild und zeigen Sie, dass (mit  $\omega_L = \frac{\mu_B}{\hbar}B$ ) für  $i = x$  und  $i = y$  gilt

$$\frac{d^2}{dt^2} \langle S_i \rangle + (2\omega_L)^2 \langle S_i \rangle = 0$$

wohingegen  $\frac{d}{dt} \langle S_z \rangle = 0$ .

(5 Punkte)