Übungen TheoretischePhysik III LAG, SS.2010, Schuster

17. Poissonverteilung

(a) Zeigen Sie ,dass die Binomialverteilung

$$W(n) = p^n \ (1-p)^n \ \binom{N}{n}$$

im Grenzfall seltener Ereignisse
d.h. für $p \ll 1$ mit der Bedingung $pN = a$ =Konstant
für $N \gg 1$ und $N \gg n$ in die Poissonverteilung

$$P(n) = \frac{a^n}{n!} e^{-a}$$

übergeht.

Hinweis: Verwenden Sie $(1-p) \simeq e^{-p}$ für $p \ll 1$
und die Stirling'sche Formel.

(b) Ein Neuron sendet mit der Wahrscheinlichkeit $p = .01$ pro Sekunde ein Signal aus. Das Neuron wird 10 Sekunden lang beobachtet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in dieser Zeit 10 Signale auftreten?

(4 Punkte)

18. In der Ebene liegt ein Punkt mit den Koordinaten

$$\binom{x}{y} = \binom{2}{2}$$

Wie groß ist der minimale Abstand dieses Punktes von einem Kreis um den Ursprung mit Radius 1?

Lösen Sie das Extremal-Problem
(a) mit Hilfe eines Lagrangemultiplikators und
(b) direkt indem Sie eine Koordinate aus der Nebenbedingung in die zu minimierenden Funktion einsetzen.

(2 Punkte)

19. Gegeben sind N Münzen, die mit gleicher Wahrscheinlichkeit beim Werfen Wappen oder Zahl liefern.

(a) Beginnen Sie mit einer Situation in der alle Münzen Wappen zeigen und verfolgen Sie die zeitliche Entwicklung des Systems, indem sie in einem Zeitschritt alle N Münzen werfen und die jeweils auftretende Zahl der Wappen als Funktion der Zeit aufzeichnen. Hinweis: Machen Sie die Simulation für $N = 4, 6, 10, 100$.

(3 Punkte)

(b) Warum bestätigt dieses Experiment das Prinzip der maximalen Entropie?

(1 Punkt)

(c) Wie lange dauert es im Mittel bis das System wieder in seinen Anfangszustand zurückkehrt?

(1 Punkt)